MNOŽINY A VÝROKOVÁ LOGIKA

Eva Zummerová

1. Množiny. Spôsoby zadania množín

Množina je súhrn nejakých objektov (predmetov, ľudí, zvierat, čísel,...), ktoré nazývame **prvky množiny**. (Napr. množina všetkých chlapcov z 1.A triedy, množina všetkých zvierat žijúcich v lese, množina všetkých párnych čísel,...) Množiny označujeme veľkými písmenami, ich prvky malými písmenami.

Množina, ktorej prvkami sú čísla, sa nazýva **číselná množina**.

- Zápis $a \in A$ znamená : a je prvok z množiny A, resp. prvok a patrí množine A.
- Zápis $b \notin A$ znamená : b nie je prvok z množiny A, resp. prvok b nepatrí do množiny A.
- Prvky množiny zapisujeme do množinových zátvoriek. Ak do množiny A patria čísla 1,2 a 4 (a žiadne iné), zapíšeme to takto : $A = \{1, 2, 4\}$. Prvky sa v zápise neopakujú. (Nezapíšeme $A = \{1, 1, 2, 4\}$, každý prvok sa uvádza len raz.)
- Počet prvkov množiny A označujeme $|A|$. Množina A má 3 prvky zapíšeme : $|A| = 3$.
- Množinu, ktorá nemá žiaden prvok, nazývame **prázdna množina** a označujeme ju symbolom **∅.** Píšeme **$A = \emptyset$,** nikdy nie $A = \{\emptyset\}$! (to by bola množina s 1 prvkom - ∅)
- Ak každý prvok množiny A je zároveň prvkom množiny B, tak hovoríme, že A je podmnožina B a zapisujeme $A \subseteq B$. B je potom nadmnožina množiny A, $B \supseteq A$.
- Ak $A \subseteq B$ a zároveň $B \subseteq A$, tak vravíme, že $A = B$.
- Ak nevieme vypísať všetky prvky patriace do množiny, ale zo zápisu množiny ich vieme určiť, napr. množina všetkých párnych kladných čísel, použijeme zápis : $A = \{0, 2, 4, 6, 8, ...\}$. Z tohto zápisu vidíme, že párne čísla budú pokračovať až do nekonečna. Ak by sme mali množinu ohraničenú – napr. všetky párne kladné čísla menšie ako 501, použijeme zápis : $A = \{2, 4, 6, 8, ..., 498, 500\}$
  Pri záporných číslach dáme tri bodky aj z ľavej strany – napr. množina všetkých celých nepárnych čísel $A = \{..., -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, ...\}$. Zo zápisu vidíme, že čísla pokračujú oboma smermi a že množina A má nekonečne veľa prvkov.

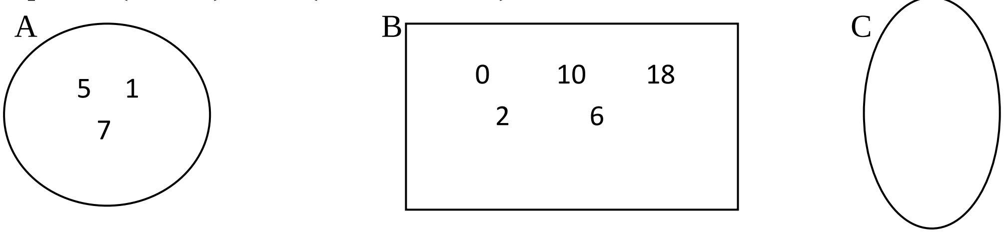
Množinu najčastejšie zadávame :

1. vymenovaním prvkov : $A = \{1,2,3\}$;

2. charakteristickou vlastnosťou : množina všetkých párnych čísel väčších ako 7; množina všetkých trojuholníkov, množina všetkých samohlások...

3. graficky : množiny znázorňujeme pomocou Vennových diagramov. Množina sa znázorni ako uzavretý útvar – zvyčajne kruh, ovál alebo obdĺžnik, ku ktorému sa pripíše označenie množiny. Grafické znázornenie používame, aby sme lepšie rozumeli niektorým operáciám s množinami.

Napr. $A = \{1, 5, 7\}$; $B = \{0, 2, 6, 10, 18\}$; $C = \emptyset$.



1.1. Uveďte 3 príklady množín. Definujte ich prvky a ku každej uveďte aj prvok, ktorý do nej nepatrí.

1.2. Uveďte 5 prvkov, ktoré patria do nasledujúcich množín. Uveďte 2 prvky, ktoré do týchto množín nepatria.

a.) Množina A všetkých spoluhlások.
b.) Množina B všetkých chlapcov v tejto triede.
c.) Množina C všetkých kladných nepárnych čísel menších ako 20.
d.) Množina D celočíselných násobkov čísla 5.
e.) Množina E všetkých štvoruholníkov.
f.) Množina F všetkých cicavcov.

1.3. Pomenujte nasledujúce množiny charakteristickou vlastnosťou :

a.) $K = \{1,3,5,7,9,11\}$
b.) $L = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
c.) $M = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100\}$
d.) $P = \{-4, -2, 0, 2, 4\}$

1.4. Vypíšte všetky prvky nasledujúcich množín. Ku každej množine zapíšte počet jej prvkov.

a.) množina všetkých celých čísel x, pre ktoré platí : $-3 < x < 3$,
b.) množina všetkých kladných celých čísel menších ako 2,
c.) množina všetkých celých záporných čísel väčších ako -5,
d.) množina všetkých celých čísel väčších ako 6 a menších ako 7.

1.5. Vypíšte všetky 2-prvkové podmnožiny množiny $X = \{1, 2, 7, 8\}$.

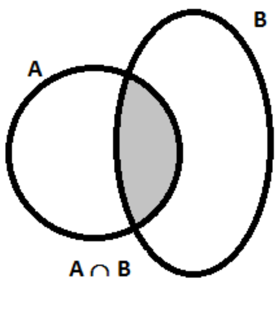
1.6. Zistite, ktorá z nasledujúcich množín je podmnožinou inej. Zapíšte všetky nájdené dvojice matematickým zápisom podmnožiny.

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; $B = \{3, 5\}$; $C = \{-1, 1\}$; $D = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$; $E = \{-2, 0, 2\}$;
$F = \{2\}$; $G = \{2, 3, 4, 5\}$; $H = \{-5, -3, 3, 5\}$; $I = \{0\}$; $J = \{2, 4, 8\}$

2. Operácie s množinami

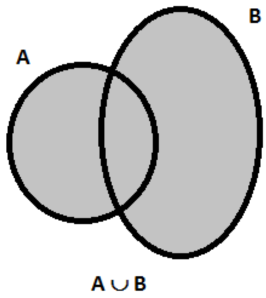
Prienikom množín A a B je množina všetkých prvkov, ktoré patria aj do množiny A, aj do množiny B. **Prienik** množín A,B označujeme $\boldsymbol{A \cap B}$. Prienik tvoria tie prvky, ktoré majú obe množiny spoločné.

napr. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{0, 2, 4, 6\}$, $A \cap B = \{2, 4\}$.



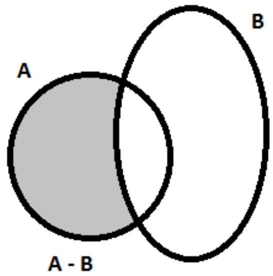
Zjednotenie množín A a B je množina všetkých prvkov, ktoré patria aspoň do jednej z množín A, B. **Zjednotenie** množín A, B označujeme $\boldsymbol{A \cup B}$. Zjednotenie vzniká spojením všetkých prvkov oboch množín A, B. Ak sa nejaký prvok nachádza v každej z množín A, B, do zjednotenia ho píšeme len jeden krát.

napr. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{0, 2, 4, 6\}$,
$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.



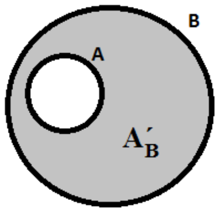
Rozdiel množín A a B je množina tých prvkov množiny A, ktoré nepatria do množiny B. **Rozdiel** množín A a B označujeme $\boldsymbol{A - B}$. Rozdiel $A - B$ vzniká „vyhodením“ tých prvkov z množiny A, ktoré sú aj prvkami množiny B.

napr. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{0, 2, 4, 6\}$, $A - B = \{1, 3, 5\}$.
Z množiny A musíme vyhodiť 2 a 4, lebo tie patria aj do B.
Ostatné 3 prvky množiny A nám ostanú v $A - B$.



Doplnok množiny A v množine B je množina tých prvkov množiny B, ktoré nepatria do množiny A. **Doplnok množiny A v množine B** označujeme $\boldsymbol{A'_B}$. Doplnok množiny A v množine B existuje len vtedy, ak množina A je podmnožinou B. Doplnok množiny A v množine B tvoria tie prvky, ktoré treba doplniť do množiny A, aby z nej vznikla množina B.

napr. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1,2,3,4,5\}$, $A \subseteq B$, preto existuje $\boldsymbol{A'_B} = \{4, 5\}$.
Do množiny A treba doplniť prvky 4,5 aby z nej vznikla množina B.



2.1.

Určte prienik množín A a B:

a.) $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3\}$

b.) $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{a, e, i, o, u\}$

c.) $A = \{-5, 0, 5, 10\}$, $B = \{-1, 0, 1\}$

d.) $A = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$, $B = \{..., -4, -2, 0, 2, 4, ...\}$

e.) $A = \{1, 3, 4, 9\}$, $B = \{5, 6\}$

f.) $A = \{3, 6, 9, 12, ...\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, ...\}$

g.) $A = \{...-15, -10, -5, 0\}$, $B = \{0, 5, 10, 15, ...\}$

h.) $A = \emptyset$, $B = \{7, 10\}$

2.2.

Určte zjednotenie množín A a B:

a.) $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{-3, 3\}$

b.) $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{a, e, i, o, u\}$

c.) $A = \{1, 3, 4, 7\}$, $B = \{2, 4, 5, 6\}$

d.)$A = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$, $B = \{-4, -2, 0, 2\}$

e.) $A = \{1, 3, 4, 9\}$, $B = \{1, 3, 5, 6\}$

f.) $A = \{3, 6, 9, 12, ...\}$, $B = \{6, 12, 18, 24, ...\}$

g.) $A = \{...-15, -10, -5, 0\}$, $B = \{0, 5, 10, 15, ...\}$

h.) $A = \emptyset$, $B = \{1, 5\}$

i.) $A = \emptyset$, $B = \emptyset$

2.3.

Určte rozdiely množín A, B : $A - B$, aj $B - A$:

a.) $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3\}$

b.) $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \emptyset$

c.) $A = \{-5, 0, 5, 10\}$, $B = \{-1, 0, 1\}$

d.)$A = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$

e.) $A = \{1, 3, 4, 9\}$, $B = \{5, 6\}$

f.) $A = \{3, 6, 9, 12\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$

g.) $A = \{...-15, -10, -5, 0\}$, $B = \{0, 5, 10, 15, ...\}$

2.4.

Určte A'_B doplnok množiny A v množine B (ak existuje):

a.) $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3\}$

b.) $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

c.) $A = \{-4, -2, 0, 2, 4\}$, $B = \{-2, 0, 2\}$

d.)$A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

e.) $A = \{1, 3, 9\}$, $B = \{0, 1, 3, 6, 9, 12\}$

f.) $A = \{0, 6, 12, 18, ...\}$, $B = \{0, 3, 6, 9, 12, ...\}$

g.) $A = \{...-15, -10, -5, 0\}$, $B = \{0, 5, 10, 15, ...\}$

2.5.

Určte B'_A doplnok množiny B v množine A (ak existuje):

a.) $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{7, 9\}$

b.) $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{-1\}$

c.) $A = \{-4, -3, -2\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2\}$

d.)$A = \{0, 1, 2\}$, $B = \emptyset$

e.) $A = \emptyset$, $B = \{3, 6, 9, 12\}$

f.) $A = \{4, 5, 6\}$, $B = \{7, 8, 9\}$

g.) $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, ...\}$, $B = \{0, 4, 8, 12, 16, ...\}$

3. Číselné množiny

Čísla, ktoré poznáme, sú rozdelené do skupín – číselných množín :
N – množina **prirodzených** čísel. Patria tam čísla 1,2,3,4,5, ... Má nekonečne veľa prvkov.

Z – množina **celých** čísel. Patria do nej čísla: ...,–5, –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, ... Vieme ju

rozdeliť na : Z =
- kladné celé čísla 1, 2, 3, 4, 5, ... označujeme ich Z^+
- číslo 0
- záporné celé čísla –1, –2, –3, –4, –5, ... označujeme ich Z^-.

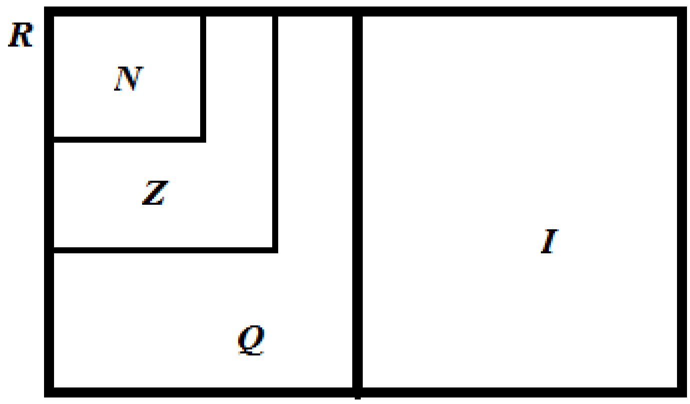
Ešte používame označenie Z_0^- - patria tu všetky záporné celé čísla aj nula (nazývame ich nekladné celé čísla) a Z_0^+ - všetky kladné celé čísla a nula (nezáporné celé čísla).

Q – množina **racionálnych** čísel. Patria do nej všetky čísla, ktoré vieme vyjadriť v tvare zlomku $\frac{a}{b}$, kde a je ľubovoľné celé číslo, b je ľubovoľné prirodzené číslo. Ak sú a, b nesúdeliteľné čísla (ich najväčší spoločný deliteľ je 1), tak hovoríme, že zlomok je v základnom tvare.
Patria sem napríklad čísla : $\mathbf{1} = \frac{1}{1};\ \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}},\ ;\ \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{7}};\ \mathbf{-6} = \frac{-6}{1};\ \mathbf{0,7} = \frac{7}{10};\ \mathbf{0} = \frac{0}{1};$ ... .
Keďže prvky sa v zápise množiny neopakujú, ani pri racionálnych číslach nebudeme opakovane zapisovať do množiny číslo tej istej hodnoty – napr. $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}$, ... - všetky tieto zlomky sú racionálne čísla, ale všetky majú rovnakú hodnotu $\frac{1}{2}$ a preto do množiny zapíšeme len jedno z nich - to, ktoré je v základnom tvare.

I – množina **iracionálnych** čísel. Je to množia tých čísel, ktoré nie sú racionálne, teda sa nedajú zapísať v tvare zlomku. Patria sem čísla s nekonečným neperiodickým desatinným zápisom. Napr. $\sqrt{2}$; $\sqrt[3]{7}$; π; ... .

R – množina reálnych čísel. Patria do nej všetky racionálne aj iracionálne čísla. Aj v reálnych číslach používame označenia : R^+ - množina kladných reálnych čísel; R^- - množina záporných reálnych čísel; R_0^+ - všetky kladné reálne čísla a nula (súhrne im hovoríme nezáporné reálne čísla); R_0^- - všetky záporné reálne čísla a nula (nekladné reálne čísla) .

Vidíme, že $\boldsymbol{N} \subseteq \boldsymbol{Z} \subseteq \boldsymbol{Q}$.
A tiež $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{I} \cup \boldsymbol{Q}$.
Pomocou Vennových diagramov by sme množinu reálnych čísel mohli zobraziť takto :



3.1.

Zapíšte danú množinu vymenovaním prvkov:

a.) A je množina všetkých celých čísel väčších ako -3 a menších nanajvýš rovných 7.

b.) B je množina všetkých prirodzených čísel menších ako 2.

c.) C je množina všetkých prirodzených čísel menších ako 0.

d.) D je množina všetkých celých čísel väčších nanajvýš rovných -1.

e.) E je množina všetkých prirodzených čísel väčších ako 2 a menších ako 3.

f.) F je množina všetkých prirodzených čísel väčších ako 8.

g.) G je množina všetkých celých čísel menších ako -11.

h.) H je množina všetkých celých čísel väčších nanajvýš rovných 2 a menších ako 9.

3.2.

Zapíšte množiny vymenovaním prvkov :

a.) $K = \{ x \in N;\ x \leq 5 \}$

b.) $L = \{y \in Z; -4 < y < 4\}$

c.) $P = \{p \in N;\ p \geq -2\}$

d.) $M = \{q \in Q; 3.q = 2\}$

e.) $J = \{z \in Z; 6 < z < 7\}$

f.) $D = \{a \in N; 1 \leq a \leq 4\}$

g.) $S = \{m \in Z; 12 \geq m > 7\}$

h.) $T = \{p \in Q; 2.p = -1\}$

3.3.

Určte všetky číselné množiny, do ktorých patrí dané číslo :

(napr. $\frac{\sqrt{36}}{2} = \frac{6}{2} = 3 \epsilon\ N, Z, Q, R.$)

a.) -9

b.) $\frac{5}{3}$

c.) $\frac{12}{4}$

d.) $-\frac{24}{\sqrt{9}}$

e.) $\sqrt{11}$

f.) 25

g.) $\sqrt{16}$

h.) $-\frac{3}{6}$

3.4.

Zistite, či množina M je podmnožinou množiny L :

a.) $M = \{x \in N; 1 \leq x \leq 4\}$, $L = \{a \in Z; -1 < a < 6\}$

b.) $M = \{n \in N; n \geq 7\}$, $L = \{y \in N;\ y > 6\}$

c.) $M = \{z \in Z;\ z > -2\}$, $L = \{n \in N;\ n > -2\}$

d.) $M = \{x \in N; -3 \leq x < 4\}$, $L = \{z \in Z;\ 0 \leq z\}$

3.5.

Z nasledujúcich množín A,B,C určte : $A \cap B \cap C$; $B - C$; $C - A$; $B \cup C$; $A \cup B$; B_A' ; A_C' ; C_B' – ak existujú.

a.) $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

b.) $A = \{a \in N; -5 \leq a \leq 4\}$, $B = \{b \in N; 1 \leq b < 4\}$, $C = \{c \in N; c \leq 4\}$
c.) $A = \{x \in Z; -3 < x < 2\}$, $B = \{0\}$, $C = \{z \in Z; -2 \leq z \leq 3\}$

4. Absolútna hodnota

Absolútna hodnota reálneho čísla je jeho vzdialenosť od začiatku číselnej osi – teda od čísla 0. Absolútnu hodnotu čísla a označujeme $|\boldsymbol{a}|$ **.** Keďže je absolútna hodnota **vzdialenosť** od nuly, je to vždy **nezáporné číslo**.
Absolútna hodnota 0 je 0, píšeme $|0| = 0$.
Absolútnu hodnotu reálneho čísla a definujeme takto :

- pre $a > 0$: $|a| = a$ (absolútna hodnota kladného čísla a je to isté číslo a)
- pre $a < 0$: $|a| = -a$ (absolútna hodnota záporného čísla a je k nemu opačné číslo $-a$).

Takže : $|3| = 3$;
$|-5| = -(-5) = 5$

Príklad :
$|2-8| + |7-4| - |-3-1| = ?$
S absolútnou hodnotou počítame ako so zátvorkou, najprv vypočítame vnútro absolútnej hodnoty, až potom ju „odstránime“ a vykonáme operácie medzi absolútnymi hodnotami.
$|2-8| + |7-4| - |-3-1| = |-6| + |3| - |-4| = 6 + 3 - 4 = 5.$

4.1.
Vypíšte všetky prvky uvedených množín :
a.) $A = \{ x \in N; |x| = 5 \}$
b.) $B = \{ x \in Z; |x| = 5 \}$
c.) $C = \{x \in N; |x| \leq 2\}$
d.) $D = \{x \in Z; |x| \leq 2\}$
e.) $E = \{x \in N; 3 \leq |x| < 7\}$
f.) $F = \{x \in Z; 3 \leq |x| < 7\}$

4.2.
Vypočítajte :
a.) $|3| + |-5| - |2| - |-4| =$
b.) $|-9| - |13| + |7| + |-1| =$
c.) $|-1| - |1| + |-1| - |-1| =$
d.) $|2| + |-5| - |-2| - |5| =$

4.3.
Vypočítajte :
a.) $|7-5| - |5-12| + |-4| - |3+2| =$
b.) $|8| + |1-4| - |2+8| + 3.|9-5| =$
c.) $12 - |5 + 3| - 2.|3 + 6| + (|-4 + 10| : |-2|) =$
d.) $-3 - |-2| + (15 : |-7+2|) =$

5. Intervaly

Interval je podmnožina množiny **všetkých reálnych** čísel, ktorú môžeme znázorniť na číselnej osi úsečkou, polpriamkou, alebo priamkou. Intervaly delíme na :

- ohraničené – dajú sa znázorniť úsečkou, jej 2 krajné body sú hranice intervalu;
- neohraničené – dajú sa znázorniť polpriamkou alebo priamkou.

Ohraničené intervaly :

Názov intervalu	**Zápis intervalu**	**Zápis intervalu ako množiny**	**Znázornenie intervalu na číselnej osi**
Uzavretý interval	$\langle a, b \rangle$	$\{x \in R;\ a \le x \le b\}$	
Polouzavretý interval (zľava otvorený, sprava uzavretý)	$(a, b\rangle$	$\{x \in R;\ a < x \le b\}$	
Polouzavretý interval (zľava uzavretý, sprava otvorený)	$\langle a, b)$	$\{x \in R;\ a \le x < b\}$	
Otvorený interval	(a, b)	$\{x \in R;\ a < x < b\}$	

Neohraničené intervaly :

Názov intervalu	**Zápis intervalu**	**Zápis intervalu ako množiny**	**Znázornenie intervalu na číselnej osi**
Zľava uzavretý od *a* do plus nekonečna	$\langle a, +\infty)$	$\{x \in R;\ x \ge a\}$	
Zľava otvorený od *a* do plus nekonečna	$(a, +\infty)$	$\{x \in R;\ x > a\}$	
Sprava uzavretý od mínus nekonečna do *a*	$(-\infty, a\rangle$	$\{x \in R;\ x \le a\}$	
Sprava otvorený od mínus nekonečna do *a*	$(-\infty, a)$	$\{x \in R;\ x < a\}$	
Od mínus nekonečna do plus nekonečna	$(-\infty, +\infty)$	R	

Čím sa odlišuje interval $\langle 1, 6\rangle$ od množiny $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$? Množina má presne 6 prvkov, v intervale ich je nekonečne veľa. Patria tam úplne všetky čísla, ktoré sa nachádzajú medzi 1 a 6. Teda aj 1,00000001; 1,3333333333; 1,809; 2,53; 3,00542 a pod. Ak je interval uzavretý, patria doň aj hranice, ak by bol otvorený, hraničný bod mu nepatrí, ale všetko ostatné zvnútra intervalu už áno. Teda do otvoreného intervalu (1, 6) nepatrí 1, ale číslo 1,0000000000000001 už áno. Nepatrí tam ani 6, ale čísla pred ňou, napr. 5,9999999999999999 áno.

5.1.
Dané množiny zapíšte ako intervaly a zobrazte na číselnej osi :

a.) $\{x \in R;\, 3 \le x \le 8\}$
b.) $\{x \in R;\, -2 < x \le 1\}$
c.) $\{x \in R;\, -7 \le x < -4\}$
d.) $\{x \in R;\, 0 < x < 9\}$
e.) $\{x \in R;\, x \le 12\}$
f.) $\{x \in R;\, x \ge -5\}$
g.) $\{x \in R;\, x < -3\}$
h.) $\{x \in R;\, x > 1\}$

5.2.
Dané intervaly zapíšte ako množiny :

a.) $\langle 4,\ 5)$
b.) $(-8, -1\rangle$
c.) $(-\infty,\ 2)$
d.) $\langle 0, +\infty)$
e.) $(2, 7)$
f.) $\langle -4, 3\rangle$

5.3.
Dané množiny zapíšte ako intervaly a zobrazte na číselnej osi :

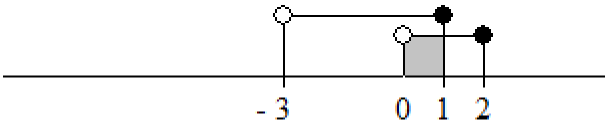
a.) $\{x \in R;\, |x| \le 2\}$
b.) $\{x \in R;\, |x| < 5\}$
c.) $\{x \in R;\, |x| > 7\}$
d.) $\{x \in R;\, |x| \ge 0\}$
e.) $\{x \in R;\, 1 < |x| \le 3\}$

5.4.
Určte, či dané číslo patrí do intervalu :

a.) 8 a $(3, 9)$
b.) -5 a $\langle -8, -6\rangle$
c.) 3 a $\langle -1, +\infty)$
d.) 4 a $(4, 7)$
e.) -2 a $\langle -2,\ 0\rangle$
f.) 0 a $(-\infty, 3)$

Keďže každý interval je množina, môžeme určovať prienik, zjednotenie, rozdiel intervalov a doplnok daného intervalu v inom intervale. Vieme, že prienik je spoločná časť oboch množín. Zjednotenie je všetko z oboch množín. Rozdiel *K* – *L* znamená, že z množiny *K* „vyhodíme“, odoberieme to, čo má spoločné s množinou *L*. Doplnok intervalu *K* v intervale *L* je to, čo treba doplniť k intervalu *K*, aby z neho vznikol interval *L*. Doplnok *K* v *L* existuje len vtedy, ak *K* je podmnožinou *L*.

Príklad :
Určte prienik, zjednotenie a rozdiel intervalov (-3, 1$\rangle$ a $(0,2\rangle$.
Dané intervaly si znázornime nad číselnou osou :



Vidíme, že prienik intervalov je interval (0, 1$\rangle$, zapíšeme : **(-3, 1$\rangle$ ∩ $(\mathbf{0},\mathbf{2}\rangle$ = (0, 1$\rangle$**.
Zjednotenie intervalov je vlastne spojenie oboch množín, spolu vytvárajú interval (–3, 2$\rangle$, zapíšeme : **(-3, 1$\rangle$ ∪ $(\mathbf{0},\mathbf{2}\rangle$ = (–3, 2$\rangle$**.
Ak robíme rozdiel (-3, 1$\rangle$ – $(0,2\rangle$, tak z intervalu (-3, 1$\rangle$ potrebujeme odobrať to, čo má spoločné s intervalom $(0,2\rangle$, čiže odoberáme ich prienik – „vyfarbenú časť". Ostane nám teda interval (–3, 0$\rangle$. Keďže 0 do prieniku nepatrí, „nevyhodíme" ju a ostáva vo výslednom intervale, preto je hranica pri 0 uzavretá. Zapíšeme to : **(-3, 1$\rangle$ – $(\mathbf{0},\mathbf{2}\rangle$ = (–3, 0$\rangle$**.
Rovnakým spôsobom urobíme rozdiel intervalov **$(\mathbf{0},\mathbf{2}\rangle$ – (-3, 1$\rangle$ = (1, 2$\rangle$**. Teraz sa nám zmení hranica pri 1, ktorá patrí do odčítavaného intervalu (-3, 1$\rangle$ a preto ju „odčítame" a nezostane vo výslednom intervale.

5.5.
Určte prienik a zjednotenie intervalov :

a.) (5, 8) a $\langle 6,10\rangle$
b.) $\langle -1,4)$ a (2, 7$\rangle$
c.) (–8, –1) a $\langle -3,3)$
d.) $\langle 1,10\rangle$ a $\langle 8,12\rangle$
e.) (1, +∞) a $\langle -3,5\rangle$
f.) (–∞, $-2\rangle$ a (–4, 9)
g.) (–∞, 1) a $\langle -3,+\infty)$
h.) $\langle -5,2)$ a (–4, 0$\rangle$
i.) (0, 4) a (–∞, 0$\rangle$
j.) $\langle -7,2\rangle$ a $\langle 2,5\rangle$
k.) (1, 6) a $\langle -9,6\rangle$
l.) (–∞, 10) a $\langle 10,+\infty)$

5.6.
Určte rozdiely intervalov $I – J$, $J – I$:

a.) I = (4, 9$\rangle$, $J = \langle 5,11\rangle$
b.) $I = \langle -1,6)$, J = (–3, 0)
c.) I = (7, +∞), $J = \langle -2,10\rangle$
d.) $I = \langle -2,\ 5)$, J = (–1, 3$\rangle$
e.) I = (–∞, 4), $J = \langle -2,+\infty)$
f.) I = (–∞, 0), $J = \langle -5,4\rangle$

6. Výroková logika

6.1 Výrok, pravdivostná hodnota výroku

Základom výrokovej logiky je výrok. Výrok je každá oznamovacia veta, o ktorej má zmysel uvažovať, či je pravdivá, alebo nepravdivá. U výrokov určujeme pravdivostnú hodnotu, používame na to číslice 0 a 1. Každý výrok môže nadobúdať len jednu pravdivostnú hodnotu (nemôže byť zároveň pravdivý, aj nepravdivý).

Ak je výrok A pravdivý, tak jeho pravdivostná hodnota je 1. Označujeme to $p(A) = 1$.
Ak je výrok A nepravdivý, jeho pravdivostná hodnota je 0. Označujeme to $p(A) = 0$.
Poďme uvažovať o nasledujúcich vetách:

a.) **Súčet uhlov v trojuholníku je 180°.** Je to výrok, je pravdivý.
b.) **8+7 = 12** .Je to výrok, nepravdivý.
c.) $\boldsymbol{a + b = 5}$. Nie je to výrok, pokiaľ nepoznáme *a*, *b*, tak nemá zmysel uvažovať o pravdivosti.
d.) **Koľko máš rokov?** Nie je výrok, lebo to nie je oznamovacia veta.
e.) **Kúp mi zošit, prosím.** Nie je výrok, je to žiadosť, nemá zmysel uvažovať o pravdivosti.
f.) **Pozri sa na mňa!** Nie je výrok, lebo to nie je oznamovacia veta.
g.) **Vonku prší.** Je to výrok, má zmysel uvažovať o pravdivosti, aj keď je trošku problém určiť, kde je to *vonku.* V Košiciach môže pršať a v Rožňave nie, čo by znamenalo, že výrok je aj pravdivý aj nepravdivý a to by nemohol byť výrok. Ak sa však dohodneme, kde je to *vonku* (za oknami miestnosti, v ktorej sa nachádzame , napríklad) , vieme jednoznačne určiť, či ide o vetu pravdivú, alebo nepravdivú. Ak aj vonku nevidíme, neznamená to, že veta prestáva byť výrokom. Ona je totiž pravdivá alebo nepravdivá bez ohľadu na to, či my vidíme, alebo nevidíme von z okna.
h.) **Laura z 1.A je najkrajšie dievča v škole.** Nie je výrok. Každý z nás by vedel odpovedať áno alebo nie, ale neexistuje jednoznačná odpoveď. Niekto povie áno, iný bude tvrdiť, že určite nie, že je to Katka z 2.B, preto nemôžeme jednoznačne povedať, či to je, alebo nie je pravda. Veta teda nie je výrok.
i.) **Mimo planéty Zem existuje život.** Je to výrok. Nevieme síce odpovedať, či pravdivý, alebo nepravdivý, ale určite existuje jednoznačná odpoveď – buď áno, alebo nie. Veta teda je výrok. Takýto **výrok, o ktorého pravdivosti nevieme rozhodnúť, sa nazýva <u>hypotéza</u>.**

6.1.1.
Určte, či nasledujúce vety sú výrokmi. Ak áno, určte ich pravdivostnú hodnotu.

a.) Číslo 9 je prvočíslo.
b.) Zima začína v decembri.
c.) Streda je štvrtý deň v týždni. (Na SK ☺)
d.) Koľko je hodín?
e.) Vianoce sú najkrajšie sviatky v roku.
f.) Číslo 20 je párne celé číslo.
g.) Kino Družba.
h.) Dnes je nedeľa.
i.) Urob to!
j.) Rozprávaj.
k.) Keď budem mať 19 rokov, zmaturujem.
l.) Po lete príde jeseň.
m.) Aký predmet máme ďalšiu hodinu?
n.) Všetci žiaci v triede sú vysokí.

6.2 Zložené výroky

Jednoduché výroky môžeme spájať logickými spojkami do súvetí – zložených výrokov.
Poznáme 4 logické spojky :

- **Konjunkcia (a zároveň) A ∧ B**
  Výrok A ∧ B je pravdivý, ak sú pravdivé súčasne obidva výroky A, B.
  Napr. :
  výrok A : Streda je tretí deň v týždni. (Na Slovensku ☺ .)
  výrok B : Jar nasleduje po lete.
  A ∧ B : Streda je tretí deň v týždni a (zároveň) jar nasleduje po lete. Je to zložený výrok a je nepravdivý, lebo výrok B je nepravdivý.
- **Alternatíva (alebo) A ∨ B**
  Výrok A ∨ B je pravdivý, ak je pravdivý aspoň jeden z výrokov A, B (t.j. A je pravdivý, alebo B je pravdivý, alebo oba výroky - A aj B sú pravdivé).
  Napr. : **A ∨ B: Streda je tretí deň v týždni, alebo jar nasleduje po lete.** Je zložený výrok a je pravdivý, lebo výrok A je pravdivý.
- **Implikácia (ak ....**platí výrok A **tak potom ....** musí platiť aj výrok B**) A ⇒ B**
  Implikácia je z hľadiska pravdivostnej hodnoty najnáročnejší výrok na pochopenie. Hovorí len to, že ak A je pravdivý výrok, potom nutne musí byť pravdivý aj B, aby bola implikácia **A ⇒ B** pravdivá. Ak A je pravdivý a B nie, tak A ⇒ B je nepravdivý výrok. Ak je výrok A nepravdivý, tak pre B nám nevzniká žiadna podmienka, čiže výrok A ⇒ B je pravdivý.
  Napr. **: A ⇒ B : Ak je streda tretí deň v týždni, tak jar nasleduje po lete.** Výrok je nepravdivý. A je pravdivý a aby bola pravdivá implikácia A ⇒ B, tak aj B by mal byť pravdivý, ale nie je.
  Ak však urobíme opačnú implikáciu, dostaneme výrok :
  B ⇒ A : Ak jar nasleduje po lete, tak streda je tretí deň v týždni. Tento zložený výrok je pravdivý. Jeho prvá časť je totiž nepravdivá a preto nás nezaujíma pravdivosť druhej časti. Implikácia hovorí len to, že z pravdivosti prvého výroku má vyplývať pravdivosť toho druhého.
  Názorný je nasledujúci príklad : Mama povedala synovi : „Ak budeš na konci roka vyznamenaný, kúpim Ti nový mobil.“ Keby syn nebol vyznamenaný a mama by mu mobil kúpila, oklamala by ho? Nie. Ona totiž nepovedala nič o tom, čo sa bude diať, ak vyznamenaný nebude. Jediný prípad, keby nevravela pravdu , by nastal, keby syn bol vyznamenaný a nedostal mobil. Teda A by bolo pravdivé a B nie.
- **Ekvivalencia (práve vtedy) A ⇔ B**
  Výrok A je pravdivý práve vtedy, keď je pravdivý výrok B. Zložený výrok A⇔B je pravdivý, ak majú oba výroky A, B rovnakú pravdivostnú hodnotu – buď sú oba pravdivé, alebo sú oba nepravdivé.
  A⇔B : Streda je tretí deň v týždni práve vtedy, keď jar nasleduje po lete. Tento výrok je nepravdivý, lebo výroky A,B nemajú rovnakú pravdivostnú hodnotu. Výrok A je pravdivý, B nepravdivý.

Podľa toho, akú pravdivostnú hodnotu majú výroky A, B, môžeme určiť , akú pravdivostnú hodnotu bude mať zložený výrok. Vidíme to v nasledujúcej tabuľke :

A	B	A∧B	A∨B	A⇒B	A⇔B
1	**1**	1	1	1	1
1	**0**	0	1	0	0
0	**1**	0	1	1	0
0	**0**	0	0	1	1

6.2.1.

Z nasledujúcich dvojíc výrokov vytvorte pomocou všetkých štyroch logických spojok zložené výroky. Pri každom z nich rozhodnite o jeho pravdivosti.

a.) A : Číslo 18 je deliteľné 6.
B : Číslo 7 je prvočíslo.

b.) C : Slovensko leží v Afrike.
D: Hlavné mesto Slovenska je Bratislava.

c.) A: Týždeň má 7 dní.
B: Prvý deň v týždni je streda.

d.) C: Štvorec má 3 vrcholy.
D : Kružnica je rovnobežník.

6.2.2

Zložené výroky rozdeľte na jednoduché, zapíšte ich pomocou logických spojok a rozhodnite o pravdivosti zloženého výroku :

a.) Ak je trojuholník pravouhlý, tak v ňom platí Pytagorova veta.
b.) Viedeň je hlavné mesto Rakúska, alebo Krakow je hlavné mesto Poľska.
c.) Peter je chlapčenské meno a Alena je dievčenské meno.
d.) Štvoruholník je štvorcom práve vtedy, ak má všetky štyri strany rovnako dlhé.
e.) Ak je rieka Váh na Slovensku, tak je aj v Európe.
f.) Číslo je nepárne práve vtedy, ak nie je násobkom čísla 2.
g.) Ak je súčet vnútorných uhlov trojuholníka 180°, tak trojuholník je rovnostranný.

6.3 Negácia výroku

Negácia výroku je výrok, ktorý popiera to, čo tvrdí pôvodný výrok. Negáciu výroku V budeme označovať V′. Negácia výroku má opačnú pravdivostnú hodnotu ako pôvodný výrok.

Napr. V: Vonku prší.
V′ : Vonku neprší. alebo V′: Nie je pravda, že vonku prší.

6.3.1.

Negujte jednoduché výroky :

a.) Portugalsko je Ázijský štát.
b.) Katka je vysoká.
c.) Karol má súrodencov.
d.) Párne číslo je deliteľné 2.
e.) New York je hlavné mesto USA.
f.) Zajtra bude nedeľa.
g.) Meriam viac než 180 cm.
h.) Rieka Vltava tečie Prahou.
i.) Číslo 7,85 je záporné číslo.
j.) Juraj má rád slaninu.
k.) Hugo býva v Liptovskom Mikuláši.
l.) Roman sa včera zranil.
m.) V zime napadlo veľa snehu.
n.) Mám 15 rokov.

Trochu zložitejšie je to s výrokmi obsahujúcimi čísla a slová najviac, maximálne, všetci, nikto a pod. **Výroky, ktoré obsahujú číselné vyjadrenia, nazývame jednoduché kvantifikované výroky.** Tieto výroky budeme negovať podľa nasledujúcej tabuľky :

Výrok $\longrightarrow$	**Negácia výroku**
každý ... je ...	aspoň jeden ... nie je ...
aspoň jeden ... je ...	ani jeden ... (nikto) nie je ...
aspoň **n** ... je ... (n >1)	najviac **(n-1)** ... je ...
najviac **n** ... je... (n >1)	aspoň **(n+1)** ... je ...
Negácia výroku $\longleftarrow$	**Výrok**

Napr.

A: V autobuse môže cestovať najviac 45 ľudí.

Výrok zahŕňa počet cestujúcich 0,1,2,3, ..., 44,45. Negácia musí obsahovať všetky ostatné možnosti a nesmie mať žiadnu možnosť spoločnú s výrokom, aby ho popierala, takže výrok A′ musí obsahovať počet cestujúcich 46,47,48,49, ... čo zhrnieme takto:

A′ : V autobuse môže cestovať najmenej (aspoň) 46 ľudí.

B : Najmenej traja majú oblečené čierne tričko.

Najmenej traja zahŕňa možnosti 3,4,5,6, ... negácia teda musí obsiahnuť ostatné možnosti – t.j. 0,1,2.

B′ : Najviac (maximálne) dvaja majú oblečené čierne tričko.

C: Každý človek má rád polievku.

Obsahuje číslo *n* = počet všetkých ľudí, ale nevieme, koľko to je, nemôžeme teda vyčísliť *n* – 1. Tak sa na výrok pozrieme ináč – tvrdí, že všetci majú radi polievku, teda neexistuje človek, ktorý ju nemá rád. Negácia teda musí obsahovať všetky ostatné možnosti – že ju nemá rád 1 človek, 2,3,4, ... ľudia.

C′: Aspoň jeden človek nemá rád polievku. (Existuje aspoň jeden človek, ktorý nemá rád polievku)

D: Nikto nezaspal.
Výrok vlastne hovorí, že všetci vstali načas. Obsahuje jedinú možnosť – všetci, ale znova nevieme, koľko to je. Negácia teda musí tvrdiť, že nie všetci vstali načas, že sa našli aj takí, ktorí zaspali – jeden, dvaja, traja, ...
D′: Aspoň jeden zaspal. (príp. Minimálne jeden zaspal. Najmenej jeden zaspal.)

E: Peter má práve dve sestry.
Výrok obsahuje jedinú možnosť 2 sestry, negácia musí obsiahnuť všetky ostatné, teda 0,1 a potom aj 3,4,5, ...
E′ : Peter má najviac jednu sestru, alebo má aspoň 3 sestry.
(Alebo v tomto prípade je aj jednoduchšia negácia : Peter nemá práve dve sestry)

6.3.2
Negujte nasledujúce výroky :
a.) Aspoň jeden trojuholník je rovnostranný.
b.) Najviac 28 žiakov môže ísť na výlet.
c.) Každý chlapec je vysoký.
d.) Žiadne dievča nemá modré oči.
e.) Aspoň 10 mesiacov v roku je v Európe zima.
f.) Každý Európan je potomkom Kelta.
g.) Všetky uhly v štvorci sú pravé.
h.) Jana si kúpila najmenej 5 tričiek.
i.) Ležal v nemocnici najviac 3 dni.
j.) Všetci meškali.

6.3.3.
Negujte nasledujúce výroky :
a.) Všetky čísla sú deliteľné štyrmi.
b.) Trojuholník má 3 vrcholy.
c.) Adam má najmenej 200 kníh.
d.) Táto budova má najviac 55 okien.
e.) Lenka bola aspoň 5 krát v Španielsku.
f.) Tibor má aspoň 2 súrodencov.
g.) Žiadne celé číslo nie je iracionálne.
h.) Minimálne 13 žiakov cvičilo.
i.) Maximálne štyria sa neprezuli.
j.) Nikto neklamal.

6.3.4.
Negujte nasledujúce výroky :
a.) Príde nás najviac 8.
b.) Zo stromu spadli aspoň 4 jablká.
c.) Vykvitlo presne 5 kvetov.
d.) Jeden študent prišiel.
e.) Nebol podaný žiadny protest.
f.) V taške je aspoň 10 rožkov.
g.) V triede máme práve 2 dievčatá.
h.) Všetky trojuholníky sú pravouhlé.
i.) Aspoň na 1 planéte existuje život.
j.) Otvorené sú maximálne 3 kúpaliská.

Výsledky :

1. Množiny. Spôsoby zadania množín

1.2.

a.) napr. $h,k,g,ž,p \in A$; $e,u \notin A$,

b.) -

c.) napr. $1,5,7,11,19 \in C$; $2, 16 \notin C$,

d.) napr. $-10,-5,0,25,40 \in D$; $1,7 \notin D$,

e.) napr. štvorec, obdĺžnik, kosoštvorec, kosodĺžnik, lichobežník $\in E$; kružnica, trojuholník $\notin E$,

f.) napr. človek, pes, koza, opica, medveď $\in F$; slimák, sliepka $\notin F$.

1.3.

napríklad takto :

a.) množina kladných nepárnych čísel menších ako 12,

b.) množina celých čísel väčších ako 0 a menších ako 6,

c.) množina druhých mocnín čísel od 1 do 10

d.) množina párnych čísel od – 4 do 4

1.4.

a.) $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$; $|A| = 5$.

b.) $B = \{1\}$; $|B| = 1$.

c.) $C = \{-4, -3, -2, -1\}$; $|C| = 4$.

d.) $D = \emptyset$; $|D| = 0$.

1.5.

$A = \{1, 2\}$; $B = \{1, 7\}$; $C = \{1, 8\}$; $D = \{2, 7\}$; $E = \{2, 8\}$; $F = \{7, 8\}$.

1.6.

$B \subseteq A$, $B \subseteq G$, $B \subseteq H$, $C \subseteq D$, $E \subseteq D$, $F \subseteq A$, $F \subseteq D$, $F \subseteq E$, $F \subseteq G$, $F \subseteq J$, $G \subseteq A$, $I \subseteq D$, $I \subseteq E$.

2. Operácie s množinami

2.1.

a.) $A \cap B = \{1, 2\}$; **b.)** $A \cap B = \{a\}$; **c.)** $A \cap B = \{0\}$; **d.)** $A \cap B = \{-2, 0\}$; **e.)** $A \cap B = \emptyset$;

f.) $A \cap B = \{6, 12, 18, 24, 30, ...\}$; **g.)** $A \cap B = \{0\}$; **h.)** $A \cap B = \emptyset$.

2.2.

a.) $A \cup B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$; **b.)** $A \cup B = \{a, b, c, d, e, i, o, u\}$;

c.) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$; **d.)** $A \cup B = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$;

e.) $A \cup B = \{1, 3, 4, 5, 6, 9\}$; **f.)** $A \cup B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, ...\}$;
g.) $A \cup B = \{...-15,-10, -5, 0, 5, 10, 15, 20, ...\}$; **h.)** $A \cup B = \{1, 5\}$; i.) $A \cup B = \emptyset$.

2.3.
a.) $A - B = \{-2, -1, 0\}$; $B - A = \{3\}$;
b.) $A - B = \{ a, b, c, d \}$; $B - A = \emptyset$;
c.) $A - B = \{-5, 5, 10\}$; $B - A = \{-1, 1\}$;
d.) $A - B = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$; $B - A = \{2, 3, 4, 5\}$;
e.) $A - B = \{1, 3, 4, 9\}$; $B - A = \{5, 6\}$;
f.) $A - B = \{3, 9, 12\}$; $B - A = \{2, 4, 8\}$;
g.) $A - B = \{..., -20 ,-15, -10, -5\}$; $B - A = \{5, 10, 15, 20, ... \}$.

2.4.
a.) A_B' neexistuje, lebo $A \not\subset B$; **b.)** $A_B' = \{-2, -1, 0\}$; **c.)** A_B' neexistuje, lebo $A \not\subset B$;
d.) A_B' neexistuje, lebo $A \not\subset B$; **e.)** $A_B' = \{0, 6, 12\}$; **f.)** $A_B' = \{3, 9, 15, 21, 27, 33, ...\}$;
g.) A_B' neexistuje, lebo $A \not\subset B$.

2.5.
a.) $B_A' = \{1, 3, 5\}$; **b.)** $B_A' = \{0, 1\}$; **c.)** B_A' neexistuje, lebo $B \not\subset A$; **d.)** $B_A' = \{0, 1, 2\}$;
e.) B_A' neexistuje, lebo $B \not\subset A$; **f.)** B_A' neexistuje, lebo $B \not\subset A$; **g.)** $B_A' = \{2, 6, 10, 14, 18, ...\}$.

3. Číselné množiny

3.1.
a.) $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$; **b.)** $B = \{1\}$; **c.)** $C = \emptyset$; **d.)** $D = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, ...\}$;
e.) $E = \emptyset$; **f.)** $F = \{9, 10, 11, 12, ... \}$; **g.)** $G = \{..., -15, -14, -13, -12\}$;
h.) $H = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

3.2.
a.) $K = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; **b.)** $L = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$; **c.)** $P = \{1, 2, 3, 4, ...\}$; **d.)** $M = \left\{\frac{2}{3}\right\}$;
e.) $J = \emptyset$; **f.)** $D = \{1, 2, 3, 4\}$; **g.)** $S = \{8, 9, 10, 11, 12\}$; **h.)** $T = \left\{\frac{-1}{2}\right\}$.

3.3.
a.) $-9 \in Z, Q, R$
b.) $\frac{5}{3} \in Q, R$
c.) $\frac{12}{4} = 3 \in N, Z, Q, R$
d.) $-\frac{24}{\sqrt{9}} = -\frac{24}{3} = -8 \in Z,Q,R$
e.) $\sqrt{11} \in I, R$
f.) $25 \in N, Z, Q, R$
g.) $\sqrt{16} = 4 \in N, Z, Q, R$
h.) $-\frac{3}{6} = -\frac{1}{2} \in Q,R$

3.4.
a.) $M \subseteq L$; **b.)** $M \subseteq L$; **c.)** $M \not\subset L$; **d.)** $M \subseteq L$.

3.5.
a.) $A \cap B \cap C = \{3, 4\}$; $B - C = \emptyset$; $C - A = \{1, 5\}$; $B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$;
$A \cup B = \{2, 3, 4, 5\}$; B_A' - neexistuje; $A_C' = \{1, 5\}$; C_B' - neexistuje.
b.) $A \cap B \cap C = \{1, 2, 3\}$; $B - C = \emptyset$; $C - A = \emptyset$; $B \cup C = \{1, 2, 3, 4\}$; $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$;
$B_A' = \{4\}$; $A_C' = \emptyset$; C_B' - neexistuje.
c.) $A \cap B \cap C = \{0\}$; $B - C = \emptyset$; $C - A = \{2, 3\}$; $B \cup C = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$;
$A \cup B = \{-2, -1, 0, 1\}$; $B_A' = \{-2, -1, 1\}$; $A_C' = \{2, 3\}$; C_B' - neexistuje.

4. Absolútna hodnota

4.1.
a.) $A = \{\,5\,\}$; **b.)** $B = \{\,-5, 5\,\}$; **c.)** $C = \{1, 2\}$; **d.)** $D = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$; **e.)** $E = \{3, 4, 5, 6\}$;
f.) $F = \{-6, -5, -4, -3, 3, 4, 5, 6\}$.

4.2.
a.) 2; **b.)** 4; **c.)** 0; **d.)** 0.

4.3.
a.) –6; **b.)** 13; **c.)** – 2; **d.)** – 11.

5. Intervaly

5.1.
a.) $\langle 3, 8\rangle$; **b.)** $(-2, 1\rangle$; **c.)** $\langle -7, -4)$; **d.)** $(0, 9)$; **e.)** $(-\infty, 12\rangle$; **f.)** $\langle -5, +\infty)$; **g.)** $(-\infty, -3)$;
h.) $(1, +\infty)$.

5.2.
a.) $\{x \in R;\, 4 \le x < 5\}$; **b.)** $\{x \in R;\, -8 < x \le -1\}$; **c.)** $\{x \in R;\, x < 2\}$; **d.)** $\{x \in R;\, x \ge 0\}$;
e.) $\{x \in R;\, 2 < x < 7\}$; **f.)** $\{x \in R;\, -4 \le x \le 3\}$.

5.3.
a.) $\langle -2, 2\rangle$; **b.)** $(-5, 5)$; **c.)** $(-\infty, -7) \cup (7, +\infty)$; **d.)** $(-\infty, +\infty)$; **e.)** $\langle -3, -1) \cup (1, 3\rangle$.

5.4.

a.) $8 \in (3, 9)$; **b.)** $-5 \notin \langle -8, -6\rangle$; **c.)** $3 \in \langle -1, +\infty)$; **d.)** $4 \notin (4, 7)$; **e.)** $-2 \in \langle -2, 0\rangle$;
f.) $0 \in (-\infty, 3)$.

5.5.

a.) prienik $\langle 6, 8)$, zjednotenie $(5, 10\rangle$
b.) prienik $(2, 4)$, zjednotenie $\langle -1, 7\rangle$
c.) prienik $\langle -3, -1)$, zjednotenie $(-8, 3)$
d.) prienik $\langle 8, 10\rangle$, zjednotenie $\langle 1, 12\rangle$
e.) prienik $(1, 5\rangle$, zjednotenie $\langle -3, +\infty)$
f.) prienik $(-4, -2\rangle$, zjednotenie $(-\infty, 9)$
g.) prienik $\langle -3, 1)$, zjednotenie $(-\infty, +\infty)$
h.) prienik $(-4, 0\rangle$, zjednotenie $\langle -5, 2)$
i.) prienik $\emptyset$, zjednotenie $(-\infty, 4)$
j.) prienik $\{2\}$, zjednotenie $\langle -7, 5\rangle$
k.) prienik $(1, 6)$, zjednotenie $\langle -9, 6\rangle$
l.) prienik $\emptyset$, zjednotenie $(-\infty, +\infty)$.

5.6.

a.) $I - J = (4, 5)$; $J - I = (9, 11\rangle$
b.) $I - J = \langle 0, 6)$; $J - I = (-3, -1)$
c.) $I - J = (10, +\infty)$; $J - I = \langle -2, 7\rangle$
d.) $I - J = \langle -2, -1\rangle \cup (3, 5)$; $J - I = \emptyset$
e.) $I - J = (-\infty, -2)$; $J - I = \langle 4, +\infty)$
f.) $I - J = (-\infty, -5)$; $J - I = \langle 0, 4\rangle$.

6.1 Výrok, pravdivostná hodnota výroku

6.1.1.

a.) je výrok, nepravdivý; **b.)** je výrok, pravdivý; **c.)** je výrok, nepravdivý; **d.)** nie je výrok; **e.)** nie je výrok; **f.)** je výrok, pravdivý; **g.)** nie je výrok; **h.)** je výrok; **i.)** nie je výrok; **j.)** nie je výrok; **k.)** je výrok – hypotéza, o pravdivosti nevieme rozhodnúť; **l.)** je výrok, pravdivý; **m.)** nie je výrok; **n.)** je výrok.

6.2 Zložené výroky

6.2.1.

a.) $A \wedge B$: Číslo 18 je deliteľné 6 a zároveň číslo 7 je prvočíslo. – pravdivý
$A \vee B$: Alebo je číslo 18 deliteľné 6, alebo číslo 7 je prvočíslo. – pravdivý
$A \Rightarrow B$: Ak je číslo 18 je deliteľné 6, tak potom číslo 7 je prvočíslo. – pravdivý
$A \Leftrightarrow B$: Číslo 18 je deliteľné 6 práve vtedy, ak číslo 7 je prvočíslo. – pravdivý
b.) $C \wedge D$: Slovensko leží v Afrike a zároveň je hlavné mesto Slovenska Bratislava. – nepravdivý
$C \vee D$: Slovensko leží v Afrike alebo je hlavné mesto Slovenska Bratislava. – pravdivý
$C \Rightarrow D$: Ak Slovensko leží v Afrike, tak hlavné mesto Slovenska je Bratislava. – pravdivý
$C \Leftrightarrow D$: Slovensko leží v Afrike práve vtedy, ak hlavné mesto Slovenska je Bratislava. – nepravdivý
c.) $A \wedge B$: Týždeň má 7 dní a zároveň prvý deň v týždni je streda. – nepravdivý

$A \vee B$: Týždeň má 7 dní alebo je prvý deň v týždni streda. – pravdivý

$A \Rightarrow B$: Ak týždeň má 7 dní , tak potom prvý deň v týždni je streda. – nepravdivý

$A \Leftrightarrow B$: Týždeň má 7 dní práve vtedy, ak prvý deň v týždni je streda. – nepravdivý

d.) $C \wedge D$: Štvorec má 3 vrcholy a zároveň kružnica je rovnobežník. – nepravdivý

$C \vee D$: Štvorec má 3 vrcholy alebo kružnica je rovnobežník. – nepravdivý

$C \Rightarrow D$: Ak má štvorec 3 vrcholy, tak kružnica je rovnobežník. – pravdivý

$C \Leftrightarrow D$: Štvorec má 3 vrcholy práve vtedy, ak kružnica je rovnobežník. – pravdivý

6.2.2.

a.) A: Trojuholník je pravouhlý. B: Platí v ňom Pytagorova veta. $A \Rightarrow B$, pravdivý.

b.) A: Viedeň je hlavné mesto Rakúska. B: Krakow je hlavné mesto Poľska. $A \vee B$, pravdivý.

c.) A: Peter je chlapčenské meno. B: Alena je dievčenské meno. $A \wedge B$, pravdivý.

d.) A : Štvoruholník je štvorec. B: Všetky štyri strany má rovnako dlhé. $A \Leftrightarrow B$, nepravdivý.

e.) A: Rieka Váh je na Slovensku. B: Rieka Váh je v Európe. $A \Rightarrow B$, pravdivý.

f.) A: Číslo je nepárne. B: Číslo nie je násobkom čísla 2. $A \Leftrightarrow B$, pravdivý.

g.) A: Súčet vnútorných uhlov trojuholníka je 180°. B: Trojuholník je rovnostranný. $A \Rightarrow B$, nepravdivý.

6.3 Negácia výroku

6.3.1.

a.) Portugalsko nie je Ázijský štát.

b.) Katka nie je vysoká.

c.) Karol nemá súrodencov.

d.) Párne číslo nie je deliteľné 2.

e.) New York nie je hlavné mesto USA.

f.) Zajtra nebude nedeľa.

g.) Nemeriam viac než 180 cm.

h.) Rieka Vltava netečie Prahou.

i.) Číslo 7,85 nie je záporné číslo.

j.) Juraj nemá rád slaninu.

k.) Hugo nebýva v Liptovskom Mikuláši.

l.) Roman sa včera nezranil.

m.) V zime nenapadlo veľa snehu.

n.) Nemám 15 rokov.

6.3.2.

a.) Žiaden trojuholník nie je rovnostranný.

b.) Aspoň 29 žiakov môže ísť na výlet.

c.) Aspoň jeden chlapec nie je vysoký.

d.) Aspoň jedno dievča má modré oči.

e.) Najviac 9 mesiacov v roku je v Európe zima.

f.) Aspoň 1 Európan nie je potomkom Kelta.

g.) Aspoň 1 uhol v štvorci nie je pravý.

h.) Jana si kúpila najviac 4 tričká.

i.) Ležal v nemocnici aspoň 4 dni.

j.) Aspoň jeden nemeškal.

6.3.3.

a.) Aspoň 1 číslo nie je deliteľné štyrmi.

b.) Trojuholník má najviac 2 vrch., alebo aspoň 4 vrcholy. (Resp. :Trojuholník nemá 3 vrcholy)

c.) Adam má najviac 199 kníh.

d.) Táto budova má najmenej 56 okien.

e.) Lenka bola najviac 4 krát v Španielsku.

f.) Tibor má najviac 1 súrodenca.

g.) Aspoň 1 celé číslo je iracionálne.

h.) Maximálne 12 žiakov cvičilo.

i.) Minimálne piati sa neprezuli.

j.) Aspoň 1 klamal.

6.3.4.

a.) Príde nás aspoň 9.

b.) Zo stromu spadli najviac 3 jablká.

c.) Vykvitli najviac 4 kvety, alebo aspoň 6 kvetov.

d.) Neprišiel nikto, alebo prišli aspoň 2 študenti.

e.) Bol podaný najmenej 1 protest.

f.) V taške je najviac 9 rožkov.

g.) V triede máme nanajvýš 1 dievča, alebo aspoň 3 dievčatá.

h.) Aspoň 1 trojuholník nie je pravouhlý.

i.) Na žiadnej planéte neexistuje život.

j.) Otvorené sú aspoň 4 kúpaliská.

ZDROJE:

Viera Kolbaská - Jarmila Janisková a kol. , Matematika pre stredné odborné školy, 1. časť, SPN, 2010, 2. vydanie

Jaroslav Barták – Štefan Bojtár – Jiří Kepka, Matematika 1 pre dvojročné a trojročné učebné odbory SOU, SPN, 1987

Jaroslav Barták, Matematika pre 3. ročník stredných odborných učilíšť – trojročné učebné odbory, SPN, 1980

http://pohodovamatematika.sk/mnoziny-priklady

http://www.priklady.eu/sk/Riesene-priklady-matematika/Mnoziny.alej

http://www.nabla.cz/obsah/matematika/vyrokova-logika-vyrok-negace-konjunkce-disjunkce-implikace-ekvivalence.php

http://pohodovamatematika.sk/matematicka-logika-vysvetlenie